

SEGMENTAÇÃO E DESCRIÇÃO DE CONTORNOS POR B-SPLINES E SUA APLICAÇÃO NO CASAMENTO DE CONTORNOS

ROBERTO MARCONDES CESAR JUNIOR¹
ROBERTO DE ALENCAR LOTUFO²

Grupo de Computação de Imagens
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial
Faculdade de Engenharia Elétrica
C.P. 6101, Unicamp
13081 - Campinas - SP

¹e-mail : pinda@dca.fee.unicamp.br

²e-mail : lotufo@dca.fee.unicamp.br

Abstract. This paper presents an algorithm for the segmentation and representation of arbitrary contours using B-splines. The algorithm is a modification of [6], based on the global structure of the representation. Our modification improves the original method in two ways : redundant information elimination and better data compression. We also present a B-spline segment descriptor with four attributes. This descriptor, which we call "Bs-descriptor", is calculated from the guiding-polygon of the B-spline. Some results of representation and matching of two contours from both synthetic and experimental images are presented.

1 Introdução

Em inúmeras aplicações de Visão Computacional (VC), reconhecimento de padrões (RP) e mesmo processamento de imagens (PI), a representação dos contornos dos objetos por alguma estrutura que possua um nível de abstração maior que a própria matriz de pixels, cumpre um papel fundamental. Essa representação pode tanto ser o objetivo final como um passo intermediário em um processo maior, dependendo da aplicação. Existem algumas metas comuns que a maioria das representações busca :

- (i) extração de informações sobre a forma do contorno;
- (ii) compressão de dados;
- (iii) filtragem de ruídos;
- (iv) identificação de cantos ou pontos de curvatura máxima;

Existem muitos métodos diferentes de representação de curvas, e uma revisão ao tema pode ser encontrada em [3].

Uma das formas de se representar contornos é por meio de curvas paramétricas. Existem aplicações interessantes para esse tipo de representação, como a definição de fontes tipográficas para processadores de texto [8], ou a parametrização de curvas, permitindo sua manipulação através de equações. Particularmente, pode-se representar contornos por curvas B-splines [3]. Existem duas abordagens básicas para

esse tipo de representação : **interpolação** [11] ou **aproximação** [6]. As curvas B-spline possuem propriedades que já foram amplamente estudadas [1]. Por outro lado, a extração de informações sobre a forma do contorno a partir desse tipo de representação, ainda não foi abordada de forma sistemática, pelo menos na literatura até agora consultada pelos autores.

O conceito de **descritores de contorno** [9] está intimamente ligado a essa extração de informações. Esses descritores podem ser usados em diversas aplicações de VC e RP. Na abordagem sintática para RP, por exemplo, esses descritores podem ser usados em gramáticas valoradas ("attributed grammars") onde, para cada primitiva ou não-terminal, existe um conjunto de valores associado; esses valores podem ser interpretados como uma parte semântica do respectivo símbolo. Em [9], um descritor chamado "C-descriptor", com 4 atributos, é introduzido. Os atributos são o tamanho de um segmento de curva, sua orientação, a mudança total de curvatura e mais uma medida de simetria do segmento. É apresentada uma gramática valorada para o reconhecimento de cromossomos utilizando esse descritor. Em [12] é definido um descritor com 6 atributos para curvas espaciais (3D), baseado na curvatura e torção em cada ponto da curva. Esse descritor é utilizado para o **casamento de segmentos** ("segment mat-

ching”) entre dois contornos. Em [5] é apresentado um descritor com número variável de atributos, baseado em uma aproximação poligonal do contorno. Nesse trabalho, os descritores são usados para o reconhecimento de objetos sobrepostos ou parcialmente escondidos.

Na literatura até agora consultada, não foi encontrada uma definição de um descritor que pudesse ser calculado através de representações paramétricas de curvas, particularmente por B-splines. A aplicação que nos levou à necessidade da definição desse descritor é a representação de uma série de contornos consecutivos por segmentos de B-spline, e o posterior estabelecimento de uma relação entre os segmentos de cada contorno. Essa aplicação cumpre um papel importante no ajuste de superfícies paramétricas à contornos de um objeto tridimensional [10]. Esse estabelecimento de relações é o próprio casamento de segmentos citado anteriormente. Ocorre que esse processo de casamento é extremamente custoso computacionalmente, possuindo uma dependência exponencial em relação ao número de segmentos presentes em cada contorno. Assim, é altamente desejável que o número de segmentos seja o menor possível, reduzindo ao máximo a redundância de informações globais presentes na representação. É exatamente isso que o algoritmo de representação por B-splines proposto neste trabalho procura fazer, melhorando uma representação preliminar gerada pelo algoritmo de [6], eliminando a informação estruturalmente redundante e conseguindo uma maior redução no volume dos dados. E, a partir dessa nova representação, um descritor de segmentos de curvas é definido, tendo em vista a aplicação de casamento de segmentos. Porém, acreditamos que esse nosso descritor é geral o bastante para sua utilização em outras aplicações.

Este trabalho apresenta uma revisão sobre a representação de contornos por B-splines, discutindo alguns resultados de uma modificação do método apresentado em [6] na secção 2. Na secção 3 será definido um descritor de contornos que é obtido a partir do polígono de controle da representação. Exemplos da representação de contornos pelo método proposto, bem como da aplicação desses descritores são apresentados e discutidos na secção 4. Na secção 5 são apresentados os comentários finais e discutidas aplicações futuras do método.

2 Representação de Contornos por B-splines

Embora as curvas B-spline tenham sido largamente utilizadas em muitas aplicações de computação gráfica, o mesmo não aconteceu em VC. Sua potencial utilização foi aventada em diferentes trabalhos e livros na década de 70 (por exemplo, [13]), porém os pro-

blemas mais diretamente ligados à VC só começaram a ser encarados de maneira sistemática em trabalhos mais recentes [6] [11].

Uma **curva B-spline** é definida pela equação :

$$P(u) = \sum_{i=0}^n p_i N_{i,k}(u)$$

onde $N_{i,k}(u)$ é a função base da B-spline e $p_i, i = 0..n$, o conjunto de **pontos de controle**, formando o **polígono de controle** da curva [2]. A função $N_{i,k}(u)$ pode ser definida *a priori*, tornando o problema central na representação de curvas por B-splines a definição do polígono de controle. Esse polígono pode ser obtido a partir de um conjunto de pontos que pertençam ou aproximem a curva desejada [13]. Uma escolha natural para esse conjunto são os pontos de curvatura local máxima (fig. 1). Logo, o primeiro passo para aproximar a curva desejada consiste na identificação desses pontos de curvatura máxima. Esse conjunto pode ser usado diretamente como o polígono de controle, no caso de uma aproximação por B-splines [6], ou em um método para o cálculo de um polígono de controle que interpole esses pontos [11]. Em [13], [14] e [3], esses pontos devem ser especificados iterativamente.

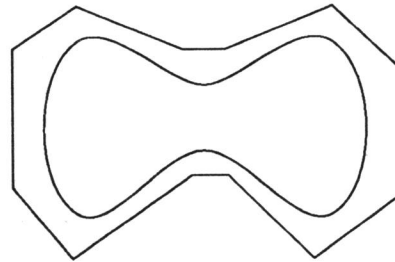


Figura 1: B-spline e polígono de controle

Em [11] e [6], esses pontos são calculados automaticamente fazendo-se uma **aproximação poligonal** [3] ao contorno. Os vértices dessa aproximação poligonal formarão o conjunto citado anteriormente. Porém, a menos que a curva a ser representada seja razoavelmente simples, a aproximação de todo o contorno por apenas uma B-spline pode trazer problemas no resultado final. Assim, uma **aproximação por partes** deverá ser feita. Dessa forma, além da identificação dos vértices da aproximação poligonal, deve-se realizar uma **segmentação** da curva. Cada segmento da curva será representado por um segmento de B-spline (fig. 3).

Após a aplicação de um método de aproximação poligonal, [11] avalia o ângulo formado por cada vértice e seus vizinhos adjacentes. Os pontos onde esse ângulo for menor que um valor pré-estabelecido, ou

seja, pontos de maior curvatura, definem a segmentação da curva. Os outros vértices, entre cada par de pontos segmentadores, serão usados para o cálculo do polígono de controle de cada segmento.

Em [6] são usadas B-splines para suavização e avaliação da curvatura em cada ponto do contorno. Uma B-spline cúbica é ajustada em cada ponto da curva, baseando-se em uma vizinhança de 2 pontos para cada lado. Os coeficientes dessa B-spline são usados para uma avaliação analítica da curvatura naquele ponto. Segundo esse trabalho, se (x_i, y_i) forem as coordenadas do ponto p_i do contorno, então a curvatura c_i nesse ponto é dada por :

$$c_i = 2 \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{(c_1^2 + c_2^2)^{\frac{3}{2}}}$$

onde

$$b_1 = \frac{x_{i-2} + x_{i+2} - 6x_i + 2(x_{i-1} + x_{i+1})}{12}$$

$$b_2 = \frac{y_{i-2} + y_{i+2} - 6y_i + 2(y_{i-1} + y_{i+1})}{12}$$

$$c_1 = \frac{4(x_{i+1} - x_{i-1}) + (x_{i+2} - x_{i-2})}{12}$$

$$c_2 = \frac{4(y_{i+1} - y_{i-1}) + (y_{i+2} - y_{i-2})}{12}$$

Pontos que possuam um grande valor de curvatura (em módulo) segmentarão a curva, enquanto que pontos que possuam um valor intermediário serão usados como pontos de controle. Todos os demais pontos são descartados. Neste trabalho, será denotado por c_s o limiar de curvatura para pontos de segmentação, e c_c para pontos de controle. É importante notar que os métodos que fazem uma aproximação do contorno por B-splines definem 2 aproximações poligonais em dois níveis de proximidade diferentes. Essa idéia se parece com o conceito de super segmentos [5], e será usada na secção 3.

O nosso método de representação de curvas por B-splines se baseia em [6] para a identificação inicial dos pontos de segmentação e os de controle. Porém, como essa representação é feita a partir de uma análise local da curva original, ocorre que o número de segmentos pode ser muito grande, devido a pequenos ruídos no contorno. Essa representação, para algumas aplicações realizadas, acabou por não gerar segmentos significativos em relação à estrutura completa do contorno. Para resolver esse problema, um ajuste global é feito sobre os pontos considerados inicialmente como pontos de segmentação. Os pontos que não passarem nesse ajuste serão "rebaixados" à condição de pontos de controle. Em seguida, o mesmo ajuste é feito aos pontos de controle

de cada segmento. Dessa vez, os pontos que não passarem pelo ajuste serão descartados de nossa representação. O ajuste global se baseia em dois critérios :

(a) **ajuste por vizinhança** : uma vez que a curvatura é avaliada localmente, em um conjunto finito de pontos, pode ocorrer que um ou mais pontos numa pequena vizinhança possuam mesma curvatura máxima. Porém, para nossa aplicação é desejável que apenas um ponto seja considerado. Assim, baseado no tamanho total da curva, uma vizinhança mínima é avaliada, dentro da qual apenas um ponto é tomado como de segmentação ou de controle (fig. 2 (a)).

(b) **ajuste por ângulo** : o ângulo entre o ponto em questão e os vizinhos adjacentes é calculado. Se ele estiver próximo de 180 graus, esse ponto é descartado (fig. 2 (b)). Supondo que (x_i, y_i) sejam as coordenadas do i-ésimo ponto de segmentação ou controle, pode-se calcular os vetores $p_i \vec{p}_{i-1}$ e $p_i \vec{p}_{i+1}$ como sendo :

$$p_i \vec{p}_{i-1} = (x_{i-1} - x_i, y_{i-1} - y_i)$$

$$p_i \vec{p}_{i+1} = (x_{i+1} - x_i, y_{i+1} - y_i)$$

e o cosseno do ângulo entre esses vetores é dado por :

$$\alpha = \frac{p_i \vec{p}_{i-1} \bullet p_i \vec{p}_{i+1}}{\|p_i \vec{p}_{i-1}\| \|p_i \vec{p}_{i+1}\|}$$

onde o símbolo \bullet denota o produto escalar.

Como $-1 \leq \alpha \leq 1$, quanto mais próximo estiver α de -1, tanto mais próximo estará o ângulo de 180° .

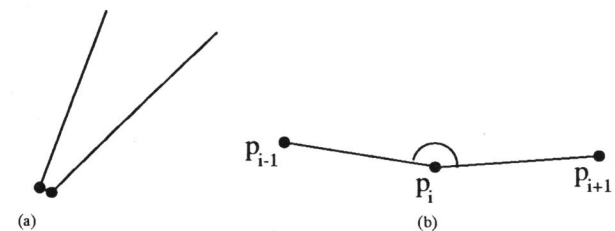


Figura 2: Ajuste dos vértices da aproximação poligonal.

Alguns resultados da representação por B-splines são analisados na secção 4.

3 Descrição de Contornos baseado no polígono de Controle

Uma vez que o contorno foi segmentado e representado por segmentos de B-spline (fig. 3), tem-se associado a cada segmento um polígono de controle composto pelos pontos de segmentação e os pontos de controle intermediários (fig. 4).

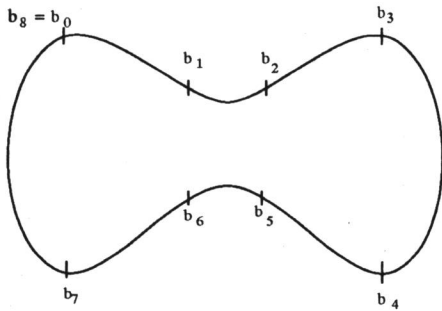


Figura 3: Contorno segmentado.

Um segmento representado por uma B-spline é um segmento de curva que pode ser obtido a partir do polígono de controle P , onde

$$P = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$$

e $p_0 = b_i$ e $p_n = b_{i+1}$ (fig. 3 e 4). O problema de se gerar o segmento a partir do polígono de controle já foi muito estudado, e algoritmos para resolvê-lo podem ser encontrados em [1].

É interessante que se possa caracterizar o segmento de curva a partir do seu polígono de controle. Dessa forma, o conjunto de dados a ser processado para a descrição desse segmento será muito menor. A seguir, serão apresentados alguns conceitos utilizados na definição do descritor.

Um conjunto de vetores $V = \{\vec{v}_0, \vec{v}_1, \dots, \vec{v}_{n-1}\}$ pode ser calculado a partir do conjunto P , onde

$$\vec{v}_i = p_i p_{i+1} = p_{i+1} - p_i$$

A figura 4 ilustra a construção desses vetores.

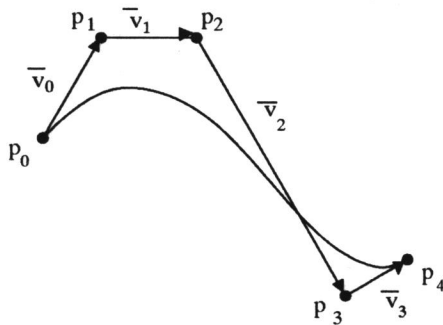


Figura 4: Segmento de B-spline e vetores do polígono de controle

Pode-se também definir o conjunto $C' = \{c'_0, c'_1, \dots, c'_n\}$, onde cada c'_i é o valor da curvatura, calculado pelo algoritmo de segmentação e representação da secção 2, em cada ponto p_i . Pelo próprio funcionamento do algoritmo de segmentação,

tem-se que

$$\|\vec{v}_i\| > 0, \forall i$$

Seja o conjunto $T' = \{t'_0, t'_1, \dots, t'_n\}$, onde

$$t'_0 = 0, \\ t'_i = \sum_{k=0}^{i-1} \|\vec{v}_k\|, i = 1..n$$

Baseado nos conjuntos C' e T' , pode-se montar o conjunto de pares ordenados definido pelos pares $(t'_i, c'_i), i = 0..n$. Esse conjunto será utilizado para uma caracterização estrutural do segmento (fig. 5). Em nossa implementação, esse conjunto é normalizado com transformações de translação e escala, para que obedeça às restrições de uma distribuição discreta de probabilidades, sendo assim tomado como um histograma normalizado. O novo conjunto será denotado por (t_i, c_i) (fig. 6)

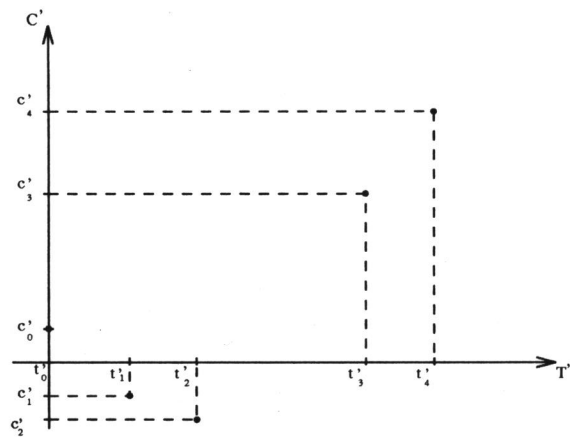


Figura 5: Gráfico $T' \times C'$.

Um último ponto que deve ser discutido antes da definição do descritor está relacionado com o tamanho do segmento. Como o tamanho da curva, e por consequência de um segmento, é uma grandeza diretamente ligada à escala da representação, seu uso como atributo para caracterização do segmento pode comprometer algumas aplicações. Alguns trabalhos, como [7], sugerem que essa grandeza seja normalizada pelo tamanho total da curva. Essa é a solução adotada em nossa implementação.

Feitas essas considerações, pode-se definir o descritor.

definição 1 (Descritor Bs) Dado um polígono de controle $P = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$, define-se o descritor $Bs(P)$ como:

$$Bs(P) = (\vec{d}, \mathbf{pm}, l, \vec{h})$$

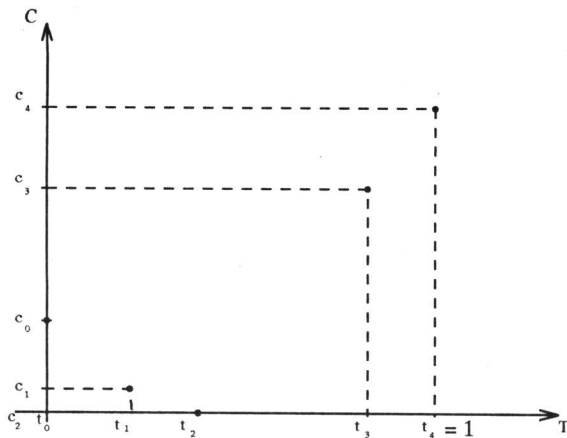


Figura 6: Gráfico $T \times C$ normalizado.

onde

\vec{d} : vetor normalizado $p_0\vec{p}_n$

\mathbf{pm} : ponto médio do segmento $\overline{p_0p_n}$

l : tamanho normalizado do segmento

\vec{h} : vetor obtido do histograma normalizado (t_i, c_i)

Cabe aqui alguns comentários sobre o descritor B_s . O atributo \vec{d} , que neste trabalho será denominado **vetor diretor do segmento**, possui 2 componentes (x_d, y_d) , e procura expressar uma informação de direção do segmento. Deve ser normalizado com tamanho 1. O **ponto médio pm**, também com duas componentes (x_{pm}, y_{pm}) , é particularmente importante em aplicações que dependam da posição da curva, i.e. aplicações que não são independentes de translação. Um exemplo é o casamento de segmentos entre contornos consecutivos, presente em processos de reconstrução tridimensional de objetos [12]. O atributo l já foi discutido. O tamanho absoluto de um segmento pode ser calculado como sendo a soma das normas dos vetores que compõem o polígono de controle :

$$l_a = \sum_{i=0}^{n-1} \|\vec{v}_i\|$$

Se L for o tamanho total do contorno, dado pela soma dos tamanhos absolutos de todos os segmentos, então

$$l = \frac{l_a}{L}$$

Finalmente, o vetor \vec{h} pode ser montado atribuindo-se a cada um de seus elementos um valor obtido a partir do histograma (t_i, c_i) . Valores típicos são os momentos de probabilidade. Em nossas aplicações utilizamos apenas a média do histograma, fazendo

com que \vec{h} seja unidimensional. A média pode ser facilmente calculada pela fórmula :

$$m = \sum_{i=0}^n t_i c_i$$

Uma vez definido o descritor de segmentos, resta agora a criação de um mecanismo que permita medir a semelhança entre dois segmentos. Em outras palavras, falta a definição de uma medida de distância entre dois descritores. A função utilizada por nós é conhecida como **método dos mínimos quadrados** [4].

definição 2 (Método dos Mínimos Quadrados)

Dados dois descritores B_s $A = \{a_0, a_1, \dots, a_5\}$ e $B = \{b_0, b_1, \dots, b_5\}$, onde as componentes de \vec{d} e \mathbf{pm} foram representadas diretamente, a função de classificação $D(A, B)$ é definida como :

$$D^2(A, B) = \sum_{i=0}^5 |a_i - b_i|^2 m_i f_i$$

onde m_i é um fator normalizador e f_i um fator de peso.

Os fatores de normalização m_i devem ser definidos de forma que todos os atributos tenham a mesma ordem de grandeza. Os fatores de peso f_i podem variar de aplicação para aplicação, dependendo da importância de cada atributo. A definição numérica desses fatores fazem parte de um processo chamado aprendizagem [4].

4 Resultados Experimentais

Nesta secção são apresentados alguns resultados que ilustram o funcionamento do algoritmo de segmentação e representação de contornos por B-splines, e a utilização dos descritores. São usadas imagens obtidas experimentalmente por um processo de tomografia computadorizada, assim como imagens criadas artificialmente.

4.1 Pré-processamento

Todo o pré-processamento necessário para a obtenção da imagem binária, e conseqüente segmentação do objeto de interesse foi feito através do Khoros, que é um pacote de processamento e visualização de imagens. Inicialmente, tem-se uma imagem de 256×256 pixels, e 12 bits, obtida a partir de um processo de tomografia computadorizada de raio-x (fig. 7). A imagem foi segmentada por limiar ("threshold"). A figura 8 mostra a imagem binária. As duas faixas ao lado da cabeça são ruídos do tomógrafo.

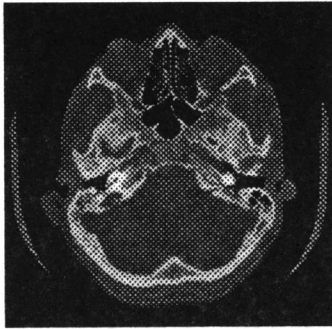


Figura 7: Imagem de uma fatia de crânio obtida por tomografia computadorizada.

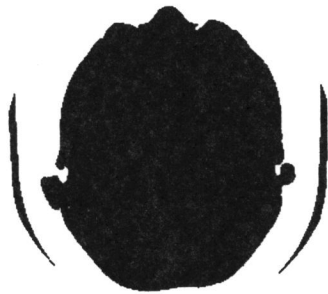


Figura 8: Fatia binarizada.

A extração do contorno do objeto foi feito através de um algoritmo do código de corrida, e esse contorno é posteriormente armazenado através do código da cadeia (fig. 9).

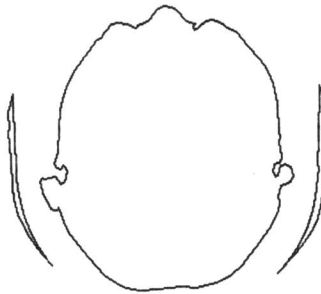


Figura 9: Contorno extraído da cabeça.

4.2 Representação por B-splines

A nossa implementação do algoritmo de representação tem como entrada o código da cadeia de um ou mais contornos presentes em uma imagem. O contorno da cabeça da figura 9 possui 666 pontos.

A figura 10 mostra a representação do contorno pelo método [6] original, ou seja, sem o ajuste global

proposto neste trabalho. Os quadradinhos mostram a localização dos pontos de segmentação. São 120 pontos de segmentação e 122 pontos de controle. Foram usados os valores $c_s = 0.39$ e $c_c = 0.32$.

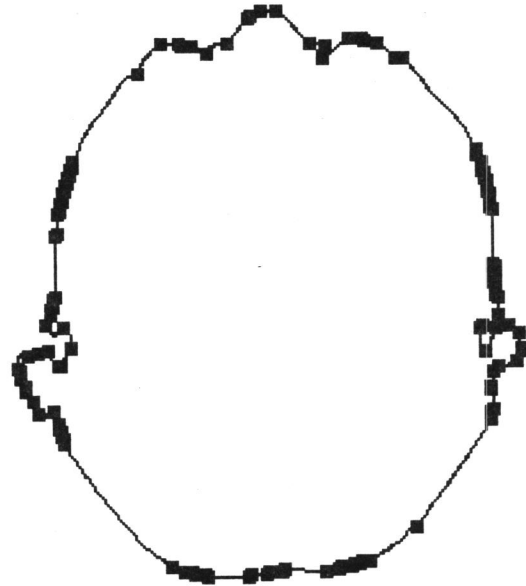


Figura 10: Contorno representado por B-spline pelo método original.

A figura 11 mostra a representação do contorno pelo método modificado. Os quadradinhos mostram os pontos de segmentação da curva. São 21 pontos de segmentação e 48 de controle. Também foram usados os valores $c_s = 0.39$ e $c_c = 0.32$, como anteriormente. O limiar para ajuste angular é $\alpha = -0.65$. O ajuste de vizinhança foi feito para 4 vizinhos de cada lado. A taxa de compressão é de aproximadamente 10:1. Pode-se perceber que, além de nossa representação possuir um número menor de pontos e segmentos, essa segmentação é mais significativa em relação ao contorno inteiro, descartando pontos menos importantes. A figura 12 mostra os pontos de segmentação como quadradinhos pretos e os de controle como quadradinhos brancos. A figura 13 mostra os dois contornos, original e representado por nosso método, sobrepostos.

4.3 Descritores

Para ilustrar o funcionamento de nosso descritor, serão utilizados os contornos de duas letras "c", mostradas nas figuras 14 e 15. Os contornos podem ser imaginados como pertencendo a duas seções consecutivas de um "c" tridimensional deformado. Pode-

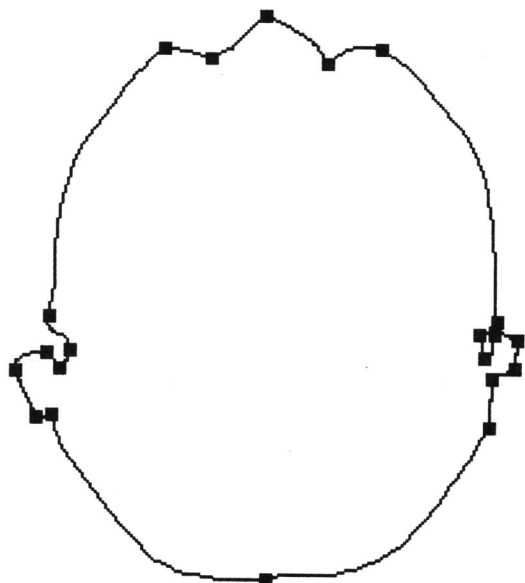


Figura 11: Contorno representado por B-splines com ajuste global.

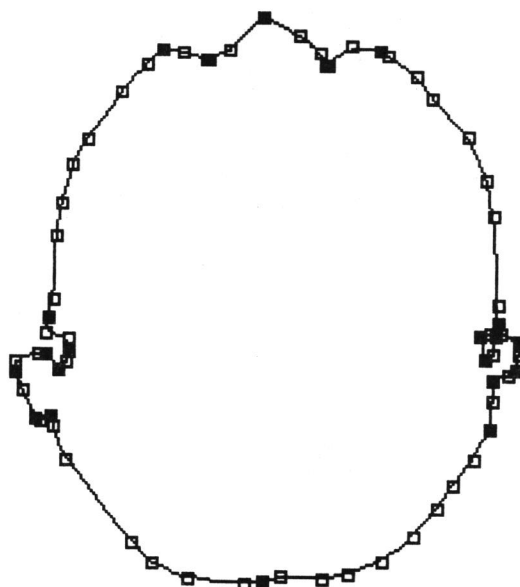


Figura 12: Representação por B-splines com pontos de segmentação e de controle.

se perceber claramente a deformação existente entre os dois contornos.

Os dois contornos foram segmentados com os parâmetros $c_s = 0.39$, $c_c = 0.32$, $\alpha = -0.65$ e uma vizinhança mínima de 4 pontos para cada lado. Os contornos representados são mostrados nas figuras 16 e 17. Os quadradinhos pretos mostram os pontos de segmentação e os brancos os pontos de controle. Como pode-se observar, existem 8 segmentos em cada "c". Os pontos de segmentação são identificados por b_i para o "c" da figura 14 e d_i para o da figura 15.

A tabela da fig. 18 mostra os valores dos atributos dos descritores da figura 16, enquanto que a tabela da fig. 19 mostra os da figura 17.

Como todos os valores, exceto o ponto médio **pm**, foram normalizados, os fatores de normalização da definição 2 foram tomados iguais a 1, com exceção de m_2 e m_3 . Em nossas aplicações, optou-se por normalizar a distância entre os pontos médios de cada descritor em relação ao tamanho das imagens. Como ambas possuem 321×321 pixels, a maior distância possível entre dois pontos é calculada entre $(0, 0)$ e $(320, 320)$, e é igual a 452.548. Assim, m_2 e m_3 foram tomados iguais a $1/452.548 = 0.00221$. Os fatores peso f_i foram tomados iguais a 1 em nossas aplicações.

É preciso explicar como os segmentos foram ordenados, ou seja, como foram escolhidos os pontos

iniciais para serem indexados por b_0 e d_0 . Inicialmente, as duas representações não necessariamente possuem uma relação do tipo " $b_i - c_i$ ", como pode ser intuitivamente percebido nas figuras 16 e 17. Vamos supor que essas representações iniciais eram do tipo b'_i e d'_i . Então, todos os segmentos $b'_i b'_{i+1}$ são comparados com todos os segmentos $d'_j d'_{j+1}$. O par de segmentos que possuir menor distância será chamado $b_0 b_1$ e $d_0 d_1$ respectivamente. A partir desses segmentos iniciais, todos os outros são identificados no sentido anti-horário.

A tabela da fig. 20 mostra as distâncias calculadas entre todos os segmentos. É importante notar que os valores na diagonal principal são bem meno-

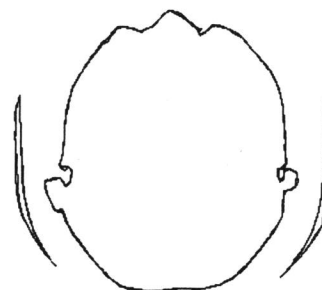


Figura 13: Contornos original e representado pelas B-splines sobrepostos



Figura 14:



Figura 15:

res que os outros, mostrando a equivalência, segundo nosso descritor, entre os segmentos $b_i b_{i+1}$ e $d_i d_{i+1}$.

5 Comentários finais e Conclusões

Foi apresentada uma modificação do método [6] para segmentação e representação de contornos por B-splines. Essa modificação procura reduzir uma representação preliminar, eliminando pontos que, globalmente, apresentam uma informação estrutural redundante. Uma decorrência direta dessa modificação é a redução no volume de dados, além de permitir

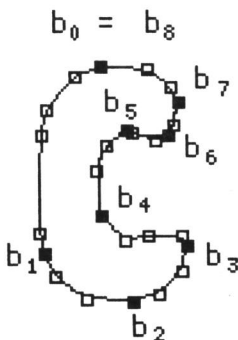


Figura 16: Letra "c" segmentada.

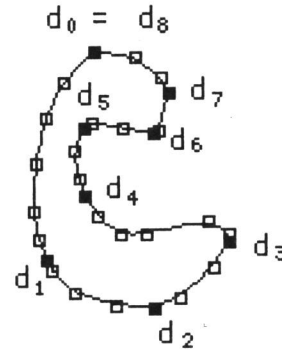


Figura 17: Letra "c" segmentada.

uma melhor extração de informações a partir da representação. Também foi definido um descritor estrutural para segmentos de B-spline. Esse descritor é obtido a partir do polígono de controle e das curvaturas calculadas pelo algoritmo de representação. Foram apresentados exemplos do funcionamento do algoritmo de representação e dos descritores.

Como já foi dito anteriormente, uma das aplicações para os descritores é o casamento de segmentos entre contornos, presente em processos de reconstrução 3D de imagens por ajuste de superfícies paramétricas. Esse casamento é feito por meio de um algoritmo de busca em grafos, onde técnicas de Inteligência Artificial podem ser usadas. Um exemplo de um algoritmo para esse tipo de aplicação é o A^* . Esse tipo de algoritmo tem seu desempenho diretamente ligado a uma função custo associada a cada arco do grafo. Uma escolha natural para essa função seria, dessa forma, a própria medida de classificação apresentada na definição 2.

Finalmente, existem outras maneiras de se modificar o método [6] para que ele contemple uma informação global. Por exemplo, pode-se medir a distância entre os pontos de controle intermediários e o segmento de reta que liga os pontos de segmentação (fig. 4). Embora esse método possa ser um pouco mais caro computacionalmente, ele pode identificar pontos mais significativos em cada polígono de controle.

6 Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido como parte do programa de mestrado do primeiro autor, que é bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP - proc. 91/4176-5.

Gostariamos de agradecer aos colegas Alexandre Xavier Falcão e Marcio Francisco Dutra pelas inúmeras discussões sobre o descritor e o processo

	b_0b_1	b_1b_2	b_2b_3	b_3b_4	b_4b_5	b_5b_6	b_6b_7	b_7b_8
\vec{d}	-0.28,0.96	0.87,0.49	0.69,-0.72	-0.94,-0.34	0.28,-0.96	0.99,0.12	0.44,-0.89	-0.77,-0.63
pm	(62,110)	(68,156)	(95,155)	(89,138)	(78,115)	(91,99)	(100,98)	(87,84)
l	0.232	0.117	0.091	0.109	0.105	0.046	0.012	0.286
\vec{h}	(0.419)	(0.230)	(0.313)	(0.801)	(0.591)	(0.064)	(1.0)	(0.271)

Figura 18: Tabela dos descritores do primeiro "c"

	d_0d_1	d_1d_2	d_2d_3	d_3d_4	d_4d_5	d_5d_6	d_6d_7	d_7d_8
\vec{d}	-0.23,0.97	0.91,0.41	0.74,-0.67	-0.95,-0.31	0.0,1.0	0.99,0.07	0.89,-0.44	-0.63,-0.78
pm	(63,110)	(75,160)	(110,157)	(97,135)	(69,112)	(82,100)	(97,100)	(85,84)
l	0.211	0.116	0.094	0.159	0.066	0.065	0.005	0.280
\vec{h}	(0.537)	(0.621)	(0.489)	(0.834)	(0.558)	(0.227)	(1.0)	(0.614)

Figura 19: Tabela dos descritores do segundo "c"

de casamento de segmentos, e pelo mesmo motivo à Profa. Wu Shin Ting em relação à representação por B-splines.

Referências

- [1] Boor C. Calculating with b-splines. *Journal of Approximation Theory*, 6:50-62, 1972.
- [2] Rogers D.F. and Adams J.A. *Mathematical Elements for Computer Graphics*. McGraw-Hill, NY, 2nd edition, 1990.
- [3] Ballard D.H. and Brown C.M. *Computer Vision*. Prentice-Hall, NJ, 1982.
- [4] Ruiz E.E.S. *Comparação de técnicas e Métodos para Visão Computacional em Ambientes Industriais*. dissertação de mestrado, FEE-UNICAMP, Campinas, 1987.
- [5] Stein F. and Medioni G. Structural indexing efficient 2-d object recognition. *IEEE Transactions on Pat. Anal. Mach. Intel.*, 14(12):1198-1204, december 1992.
- [6] Medioni G. and Yasumoto Y. Corner detection and curve representation using cubic b-splines. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 39:267-278, 1987.
- [7] West G.A.W. and Rosin P.L. Techniques for segmenting image curves into meaningful descriptors. *Pattern Recognition*, 24(7):643-652, 1991.
- [8] Gomes J.M. Representação de arcos por curvas de bézier. In *Anais : II SIBIGRAPI*, pages 519-523, 1989.
- [9] You K.C. and Fu K.S. A syntactic approach to shape recognition using attributed grammar. *IEEE Transactions on Sys. Man and Cybern.*, SMC-9(6):334-345, june 1979.
- [10] Chang L.W., Chen H.W., and Ho J.R. Reconstruction of 3d medical images : a non-linear interpolation technique for reconstruction of 3d medical images. *CVGIP : Graph. Meth. and Image Proces.*, 53(4):382-391, july 1991.
- [11] Chong M.M.S., Gay R.K., Tan H.N., and Liu J. Automatic representation of fingerprints for data compression by b-spline functions. *Pattern Recognition*, 25(10):1199-1210, 1992.
- [12] Kehtarnavaz N. and de Figueiredo R.J.P. A framework for surface from 3d contours. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 42:32-47, 1988.
- [13] Wu S.C., Abel J.F., and Donald P.G. An interactive computer graphics approach to surface

	b_0b_1	b_1b_2	b_2b_3	b_3b_4	b_4b_5	b_5b_6	b_6b_7	b_7b_8
d_0d_1	0.1424	2.7715	3.7014	2.5118	2.0201	1.8964	2.5853	2.4161
d_1d_2	2.5056	0.5512	2.3063	2.6759	2.7141	2.7481	3.2045	4.0155
d_2d_3	3.2439	1.5404	0.7369	2.0101	2.4886	2.7920	2.7000	3.6370
d_3d_4	2.3554	2.3515	2.1939	0.4078	1.9378	2.7487	2.5996	2.6136
d_4d_5	2.1361	2.6023	2.5436	1.9218	0.5317	1.4984	1.4524	1.7673
d_5d_6	2.1111	3.0318	3.0169	2.7410	1.9837	0.4590	1.1378	2.0912
d_6d_7	2.7463	3.4571	2.8846	2.3235	1.7222	1.6015	0.6548	1.5230
d_7d_8	2.3939	4.1430	3.9156	2.5379	1.8191	2.0751	2.0521	0.4107

Figura 20: Tabela das distâncias entre os descritores dos "c"s

representation. *Communications of the ACM*, 20(10):703-712, october 1977.

- [14] W.Tiller. Rational b-splines for curve and surface representation. *IEEE Computer Graphics and Applications*, pages 61-69, september 1983.